4. Рассчитайте для воздуха термодинамические характеристики γ, β_S и ε, взяв плотность воздуха из таблиц и приняв $C_P = 1.007 \frac{кДж}{кг\,К}$.

Контрольные вопросы

1. Считая, что смещения частиц в плоской гармонической звуковой волне имеют амплитуду a, определите амплитуды скорости частиц, акустического давления и волновых флуктуаций плотности.
2. Как соотносятся акустическое давление и атмосферное?
3. Как соотносятся скорость частиц в звуковой волне и скорость звука?
4. Можно ли по формуле (5) определить скорость звука в твердом теле?
5. Нарисуйте, как будет изменяться сигнал микрофона, если его перемещать от одного торца трубы к другому? Рассмотрите случаи нерезонансных и резонансных колебаний в трубе.
6. Как соотносятся скорость звука и скорость молекул в газе?
7. Чему равны коэффициенты изотермической сжимаемости и теплового расширения для идеального газа?

Литература

- Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Механика. Университетский курс общей физики. М.: Издательский центр «Академия», 2004.
- Стрелков С.П. Механика. Общий курс физики. М.: «Наука», 2004.
- Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: «Высшая школа», 1987.
- Булкин П.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика. М.: Издательство МГУ, 1988.

Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в г. Севастополе

Кафедра физики и геофизики

Лабораторный практикум по общей физике

Механика

Молекулярная физика

Лабораторная работа

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ

СЕВАСТОПОЛЬ • 2009

Описание лабораторной работы подготовлено В.А. Дуловым и М.Н. Домничем

Цель работы - измерение скорости звука в воздухе методом акустического интерферометра. При выполнении лабораторной работы студенты ознакомятся со звуковыми волнами, полем скоростей и давлений в акустическом резонаторе, с понятием скорости звука как термодинамической характеристикой среды.

Пособие предназначено для студентов первого курса специальности Физика. Лабораторная работа может быть проведена как в разделе «Механика», так и в разделе «Молекулярная физика» общего физического практикума.

2. Запишите значение частоты, установленное на звукогенераторе. Запишите значение частоты, измеренное с помощью осциллографа.

3. Плавно перемещая рефлектор, добейтесь максимальной амплитуды сигнала на экране осциллографа и запишите положение рефлектора X_1, определенное по шкале. Продолжайте перемещать рефлектор в одном направлении насколько позволяет размер трубы, записывая каждое его положение X_N, соответствующее резонансу.

4. Повторите цикл измерений (пункты 2 и 3) не менее пяти раз, выбирая другие частоты из рабочего диапазона.

Для расчета термодинамических характеристик нужно измерить температуру воздуха.

Обработка данных

1. Для каждого цикла измерений нужно построить график зависимости положения рефлектора X_N от величины $N/2$, где N – номер последовательных наблюдений резонанса. Поскольку каждое перемещение соответствовало смещению рефлектора на $\lambda/2$, то $X_N = \lambda \frac{N}{2} + const$. Поэтому наклон графика дает величину λ. Определите ее методом наименьших квадратов.

2. По известным частоте и длине волны вычислите скорость звука.

3. В качестве конечного результата примем величину скорости звука, среднюю по всем циклам измерений. Определите для нее доверительные интервалы.

Экспериментальная установка. На рис.3 показана схема экспериментальной установки. Звуковые волны в трубе с твердыми крышками возбуждаются акустической головкой - пьезоэлектрическим излучателем. На излучатель от звукогенератора подается синусоидальное электрическое напряжение, стабилизированное по частоте и амплитуде, которое вследствие обратного пьезоэффекта преобразуется в деформацию излучающей поверхности. Диапазон рабочих частот излучающей головки – 1500-3000 Гц. На том же торце трубы установлена приемная акустическая головка (микрофон). В этом месте при резонансе возникает пучность давления (см. формулу (11)). Давление вызывает деформации приемной поверхности микрофона, которые вследствие прямого пьезоэффекта преобразуются в электрическое напряжение. Сигнал с приемной головки подается на пластины Y осциллографа.

Расстояние L между излучателем и рефлектором изменяется плавным перемещением крышки, и при этом изменяется величина амплитуды регистрируемого сигнала. Максимумы следуют при изменении положения рефлектора на расстояние $\lambda/2$. По положениям максимумов определяется длина волны и, так как частота генерируемой волны известна, находится скорость звука в среде.

Проведение измерений

1. Включив генератор и осциллограф, дайте им прогреться 10 мин. Установите рефлектор на расстоянии 10-15 см от акустической головки. Установите частоту звукогенератора в пределах диапазона рабочих частот головки.

Теоретические основы работы

Звуковые волны, скорость звука и термодинамические характеристики. В жидкостях и газах возможны лишь сжатия и растяжения, поэтому в них могут распространяться только продольные волны. Пусть x - координата, вдоль которой распространяется волна, а $\xi(x,t)$ - смещения частиц среды. Рассмотрим трубку тока сечением S и выпишем уравнение движения для ее элемента длиной Δx :

$$\rho \Delta x\, S \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = S(p(x,t) - p(x+\Delta x,t)), \tag{1}$$

где $p = p_0 + \Delta p$ - давление, $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ - плотность среды, представленные в виде суммы их равновесных значений и возмущений, связанных с волной. Переходя к пределу $\Delta x \to 0$

$$p(x+\Delta x,t) - p(x,t) = \Delta p(x+\Delta x,t) - \Delta p(x,t) \approx \Delta x\, \partial(\Delta p(x,t))/\partial x,$$

получим из уравнения (1)

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial \Delta p}{\partial x}, \tag{2}$$

где использовано предположение о малости амплитуды волны – малости возмущений плотности $\Delta\rho << \rho_0$. В этом случае

$$\begin{aligned} \Delta\rho = \rho - \rho_0 = \rho_0\left(\frac{\Delta x}{\Delta x + \xi(x+\Delta x) - \xi(x)} - 1\right) \approx \\ \approx \rho_0\left(\frac{1}{1+\partial\xi/\partial x} - 1\right) \approx -\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \end{aligned}. \tag{3}$$

Для малых возмущений плотности можно также написать

$$\Delta p = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{\rho=\rho_0} \Delta\rho = c^2 \Delta\rho, \tag{4}$$

где введено обозначение

$$c = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{\rho=\rho_0}} . \tag{5}$$

Подставив (3) и (4) в (2), получим волновое уравнение $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$,

из которого видно, что величина c является скоростью волны – скоростью звука в среде.

Определим скорость звука для идеального газа, использую формулу (5). Ньютон предполагал, что звуковые колебания происходят изотермически. Тогда c определяется из уравнения состояния $p = \rho RT / \mu$:

$$c = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} . \tag{6}$$

Лаплас предположил, что звуковые колебания происходят адиабатически. Тогда c определяется из уравнения адиабаты $p = p_0(\rho / \rho_0)^\gamma$ (где $\gamma = C_P / C_V$ - показатель адиабаты):

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} . \tag{7}$$

Из-за явного различия между числовыми величинами, рассчитанными по формулам (6) и (7), нетрудно сделать выбор, проведя измерения скорости звука. Эксперимент показывает справедливость формулы (7). Более того, формула (7) дает один из наиболее точных способов измерения показателя адиабаты:

$$\gamma = \mu c^2 /(RT), \tag{8}$$

Если при фиксированной частоте f изменять расстояние между торцами резонатора, то резонансы, т.е. максимумы интенсивности колебаний, будут последовательно возникать при изменении L на половину длины волны (см. (12)). Таким способом может быть измерена длина волна. Приборы для измерения длин волн различной природы, работающие по этому принципу, называются интерферометрами.

Экспериментальная часть

Идея эксперимента. В эксперименте используется акустический интерферометр в виде трубы с твердыми крышками, одну из которых можно перемещать. При заданной частоте звуковой волны f в трубе имеет место резонанс, если на длине трубы укладывается целое число полуволн. Наблюдение последовательных резонансов при перемещении крышки позволяет найти длину звуковой волны λ. Тогда фазовая скорость волны рассчитывается по формуле $c = \lambda f$.

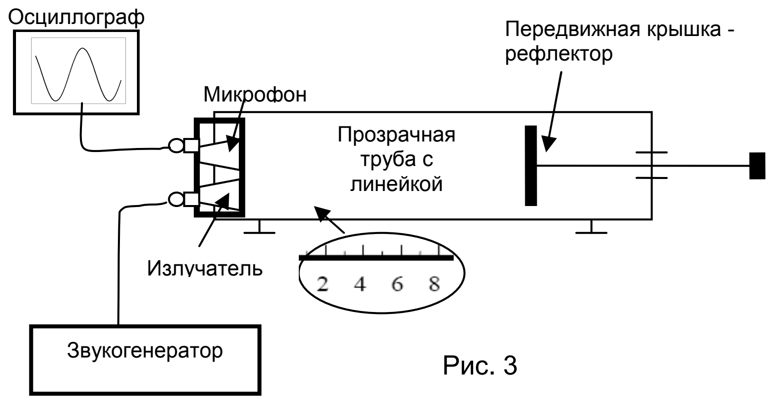


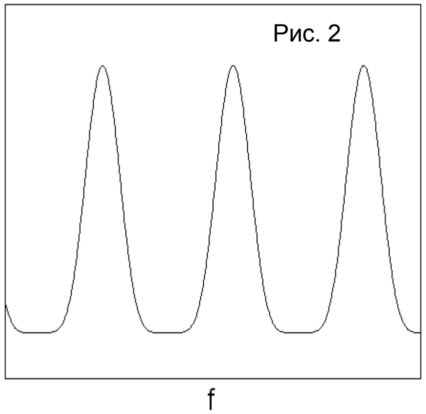
Рис. 3

при приближении к излучающему торцу трубы ($x \to 0$) амплитуда скорости стремится к нулю, а амплитуда давления – к максимальному значению. Отметим, что формула (10) является приближенной. В действительности амплитуда скорости при $x = 0$ равна заданной величине v_0, но при резонансе эта величина много меньше, чем v_m.

Из соотношения $|\sin(kL)| = 0$ получаем условия резонансов: $kL = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ ...,\ n\pi,\ ...$. Выражая условия через длину волны $\lambda = 2\pi / k$, получим

$$\frac{L}{(\lambda/2)} = 1, 2, ..., n, ..., \quad (12)$$

т.е. n - это число половин длин звуковых волн, укладывающихся на длине трубы.



Если изменять частоту, с которой происходит возбуждение звука, то резонансы будут возникать на частотах $f = c/(2L),\ 2c/(2L),\ 3c/(2L),\ ...,\ nc/(2L)$, где $f = \omega/(2\pi)$. Характерная зависимость интенсивности колебаний от частоты внешнего воздействия показана на рис.2. В общем случае акустический резонатор имеет набор собственных частот, при которых интенсивность звуковых колебаний достигает локальных максимумов. Колебания, соответствующие локальным максимумам, называются собственными модами резонатора, а число n - номером моды.

т.е. для определения γ достаточно измерить скорость звука и температуру газа (при известной молекулярной массе газа μ).

Величину скорости звука, полученную путем измерения, используют для вычисления термодинамических характеристик, которые трудно измерить непосредственно. Например, как следует из формулы (5), коэффициент адиабатической сжимаемости $\beta_S = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_S$ можно найти по измерениям скорости звука и плотности:

$$\beta_S = \frac{1}{\rho c^2}. \quad (9)$$

Этот коэффициент связан с изотермическим коэффициентом сжимаемости $\beta_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T$ формулой $\beta_S = \beta_T / \gamma$. Определив для некоторой жидкости значение адиабатической сжимаемости из измерений скорости звука, а также определив из статических измерений величины изотермической сжимаемости и теплоемкости при постоянном давлении, можно найти γ и теплоемкость при постоянном объеме $C_V = C_P / \gamma$. Далее, используя термодинамическую формулу $C_P - C_V = Tc^2\varepsilon^2$, можно найти коэффициент теплового расширения $\varepsilon = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$.

Вынужденные звуковые колебания в трубе. Рассмотрим звуковые колебания в трубе длиной L, один из торцов которой ($x = L$) закрыт твердой крышкой, а другой торец ($x = 0$) совершает гармонические колебания с частотой ω.

Скорости частиц газа в плоской звуковой волне описываются формулой $v_1 = \frac{\partial \xi}{\partial t} = A_1 \cos(kx - \omega t - \varphi_1)$, где волновое число k и частота ω связаны соотношением $k = \omega / c$, A_1 и φ_1 - произвольные постоянные. Если пренебречь влиянием вязкости, то бесконечно длинная труба, расположенная вдоль оси x, не будет возмущать звуковую волну, и скорости частиц будут описываться той же формулой. Если в трубу добавить твердую крышку, расположенную перпендикулярно стенкам при $x = L$, то в дополнение к падающей волне появится отраженная волна со скоростями частиц $v_2 = A_2 \cos(kx + \omega t - \varphi_2)$. Скорости частиц на твердой крышке должны обращаться в нуль: $v = v_1 + v_2 = 0$ при $x = L$ для любого момента времени. Этого можно добиться, наложив следующие условия на свободные константы: $A_2 = -A_1$, $\varphi_2 = \varphi_1 = kL$. Тогда полная скорость частиц будет равна

$$\begin{aligned} v &= A_1(\cos(k(x-L) - \omega t) - \cos(k(x-L) + \omega t) = \\ &= 2A_1 \sin(k(x-L))\sin(\omega t) \end{aligned}.$$

В то же время при $x = 0$ скорость частиц должна совпадать со скоростью колеблющегося торца: $v = v_0 \sin(\omega t)$. Отсюда находим $A_1 = -\frac{v_0}{2\sin(kL)}$, а окончательное решение для поля скоростей в трубе принимает вид: $v = v_0 \frac{\sin(k(L-x))}{\sin(kL)} \sin(\omega t)$. Таким образом, амплитуда колебаний скорости $a = v_0 \left| \sin(k(L-x)) / \sin(kL) \right|$ неоднородна вдоль трубы - см. пример на рис. 1. Максимальные значения амплитуды,

достигаемые в пучностях стоячей волны, превышают амплитуду скорости колеблющегося торца в $1/\sin(kL)$ раз.

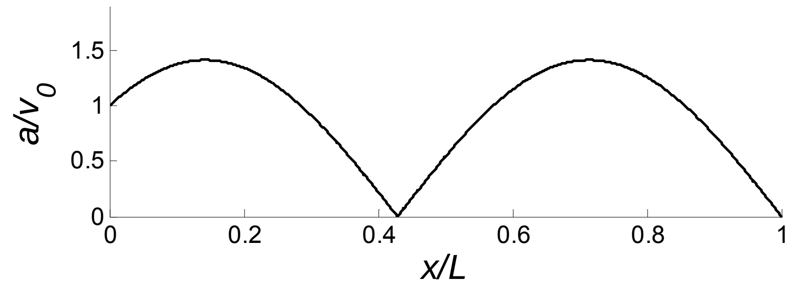


Рис.1. Распределение амплитуды колебаний скорости вдоль трубы для случая $kL = 7\pi/4$.

Если величина $|\sin(kL)|$ стремится к нулю, амплитуда колебаний неограниченно возрастает – возникает явление резонанса. В этом случае, как и при резонансе гармонического осциллятора, приобретают важность потери энергии в системе (которыми мы в проведенном рассмотрении пренебрегали). Именно они ограничивают рост амплитуды колебаний. В результате скорости частиц в пучностях достигают максимальных значений v_m, а поле скоростей представляется в виде

$$v \approx \pm v_m \sin(kx)\sin(\omega t). \tag{10}$$

Тогда, как следует их формулы (2), поле акустических давлений есть

$$\Delta p \approx \mp \rho_0 c v_m \cos(kx)\cos(\omega t), \tag{11}$$

Поле амплитуды давлений сдвинуто относительно поля амплитуды скорости частиц вдоль оси x на четверть длины волны, т.е. узлам скоростей частиц соответствуют пучности давлений и наоборот, пучностям скоростей соответствуют узлы давлений. Согласно (10, 11)