

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра программирования

УТВЕРЖДЕНО
на 2022-2023 учебный год
Методическим советом Филиала

Протокол № 8 от «28.06.2022» г.

Заместитель директора по учебной работе

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Директор
Филиала МГУ в г. Севастополе
О.А. Шпырко

«03» / сентября 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО
на 2023-2024 учебный год
Методическим советом Филиала

Протокол № 9 от «28.06.23» г.

Заместитель директора по учебной работе

Заведующий кафедрой

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Наименование дисциплины (модуля):
ПРИКЛАДНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:

общий

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры программирования
протокол № 2 от «10» июня 2021 г.
Руководитель ОП 01.03.02 «Прикладная
математика и информатика»
(Н. В. Лактионова)
(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом
Филиала МГУ в г. Севастополе
Протокол № 8 от «31» августа 2021 г.
(С. А. Наличаева)
(подпись)

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 августа 2019 г. (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019г №1109)

Год (годы) приема на обучение 2019, 2020

Курс – 4.

Семестр – 8.

Зачетных единиц – 2.

Академических часов -36, в т.ч.:

лекций – 36 часов,

семинаров – нет

Форма промежуточной аттестации –зачёт в 8 семестре.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.

Прикладной функциональный анализ – это математическая наука, возникшая в начале XX века и сформировавшаяся, в основном, к 70-м годам XX века. Основные понятия и методы прикладного функционального анализа сформировались на базе понятийного аппарата функционального анализа и тех задач математического анализа, вариационного исчисления, теории дифференциальных и интегральных уравнений, теории приближений и др., для решения которых этот аппарат был развит. Сущность прикладного функционального анализа состоит в формулировке исходной задачи из указанных выше областей математики в объектной среде функционального анализа (пространства, функционалы, операторы), применении методов, подходов и результатов, полученных на этом уровне абстракции, с последующим ее «исключением» в изначальную объектную среду. Такой подход позволил решить многие задачи из разных областей математики с помощью единого универсального подхода. Методы прикладного функционального анализа являются сегодня важным математическим аппаратом и при решении многих технических задач.

Целью курса является знакомство с важнейшими понятиями и основным аппаратом классического прикладного функционального анализа и его применениями в теории интегральных уравнений, теории обобщенных функций и конструктивной теории функций.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть).

Теория функций комплексного переменного входит в базовую часть блока общепрофессиональной подготовки **ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА**, установленного Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего профессионального образования по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика» образовательной программы. Структурно-методическое место дисциплины предполагает её дальнейшее применение в таких курсах, в частности, как оптимальное управление, теория вероятностей, математическая статистика, уравнения математической физики, теория приближений. Перед курсом прикладного функционального анализа студентам необходимо изучить базовый курс функционального анализа, читаемый в предыдущем семестре, а также курсы линейной алгебры, математического анализа и теории функций комплексной переменной

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: основные определения и понятия курса, основные принципы и теоремы из области прикладного функционального анализа, доказательства базовых теорем и фактов.

Уметь: применять в исследовательской и прикладной деятельности аппарат прикладного функционального анализа, решать стандартные задачи, формулировать задачи теории дифференциальных и интегральных уравнений, конструктивной теории функций, математического анализа, дифференциальной геометрии в объектной среде прикладного функционального анализа.

Владеть: профессиональными знаниями касательно основных теоретических положений, принципов и методов прикладного функционального анализа, критически анализировать и излагать базовую информацию.

4. Формат обучения- очный

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 23 е., в том числе 36 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (аудиторная нагрузка), 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

4. Структура учебной дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц 2

академических часов - 72

лекций 36

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

6.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося		Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости (наименование)	
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы				Самостоятельная работа обучающегося, академические часы
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Раздел 1. Теория интегральных уравнений	14	0	12	26	Опрос
Раздел 2. Обобщенные функции	12	0	10	22	Опрос
Раздел 3. Конструктивная теория функций	10	0	8	18	Опрос
	36	0	36	66	
	зачет		6	6	
Итого				72	

6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
-------	--	-------------------------------------

1.	Раздел 1. Теория интегральных уравнений	Классификация интегральных уравнений. Операторы Фредгольма и Гильберта-Шмидта и их основные свойства. Уравнения с симметрическим ядром. Теоремы Фредгольма. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнения с параметром. Метод Фредгольма
2.	Раздел 2. Обобщенные функции	Пространства основных (тестовых) функций. Обобщенные функции и действия над ними. Восстановление функции по производной. Дифференциальные уравнения в классе обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций. Примеры обобщенных функций и их свойства
3.	Раздел 3. Конструктивная теория функций	Шкала пространств функций с интегральной метрикой. Наилучшее приближение и его свойства. Линейные полиномиальные операторы и их элементарные свойства. Общий критерий сходимости линейных полиномиальных операторов. Систематизация выученного материала курса перед зачётом

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу, выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы лекции.

Варианты заданий для самостоятельной работы

№№ п/п	Задание	Часы
1.	Определение типов интегральных уравнений	2
2.	Изучение теоретического материала по операторам Фредгольма и Гильберта-Шмидта	2
3.	Решение уравнений с симметрическим ядром	6
4.	Изучение теорем Фредгольма	2
5.	Решение уравнений с вырожденным ядром	4
6.	Решение уравнений с параметром	4
7.	Изучение теоретического материала по тестовым и обобщенным функциям	6
8.	Изучение теоремы о восстановлении функции по производной	2
9.	Решение простейших дифференциальных уравнений в классе обобщенных функций	6
10.	Подсчет преобразования Фурье некоторых обобщенных функций	2
11.	Исследование некоторых классических обобщенных функций и их свойств	8
12.	Определение принадлежности конкретных функций пространствам L_p	2
13.	Изучение свойств наилучших приближений	2
14.	Оценка норм ЛПО с помощью обобщенного неравенства Минковского, оценка норм ядер с помощью формулы суммирования Пуассона	4
15.	Изучение общего критерия сходимости ЛПО	2

16.	Исследование аппроксимационных свойств средних Фейера, Валле-Пуассена и Рогозинского	4
17.	Подготовка к зачету	14
	Итого	72

(Задачи: А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани «Теоремы и задачи функционального анализа», Москва, Наука, 1979; К. В. Руновский «Методические указания по курсу «Теория приближений и ее приложения»», Симферополь, 2011)

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Перечень вопросов и задач к зачету

1. Типы интегральных уравнений
2. Свойства операторов Гильберта-Шмидта
3. Методика решения уравнений с симметрическим ядром
4. Теоремы Фредгольма
5. Методика решения уравнений с вырожденным ядром
6. Метод Фредгольма решения уравнений с параметром
7. Основные пространства тестовых функций
8. Определение обобщенных функций и действий над ними
9. Теорема о восстановлении функции по производной
10. Простейшие дифференциальные уравнения в обобщенных функциях
11. Преобразование Фурье обобщенных функций
12. Пространства функций с интегральной метрикой и их свойства
13. Понятие наилучшего приближения и его основные свойства
14. Теоремы К. Вейерштрасса и Чебышева
15. Линейные полиномиальные операторы, их нормы и сходимость
16. Общий критерий сходимости
17. Частичные суммы ряда Фурье как пример ЛПО
18. Средние Фейера и их свойства
19. Средние Вале-Пуассена и их свойства
20. Средние Рогозинского и их свойства

- для зачета

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Не зачтено	Зачтено		
		Знания (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания
Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие	В целом, сформированные навыки (владения), но	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)		фрагментарного опыта)	используемые не в активной форме	
--	--	--------------------------	-------------------------------------	--

8. Ресурсное обеспечение:

- **Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия),
- **а) основная литература**
- А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989 (и многочисленные переиздания).
- К.В. Руновский. Методы тригонометрической аппроксимации. Саарбрюкен, Lambert Acad. Publ., 2012.
- **б) дополнительная литература**
- А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани. Теоремы и задачи функционального анализа. Москва, Наука, 1979 (и переиздания).
- К.В. Руновский. Методические указания к изучению специального курса «Теория приближений и ее приложения». Часть I. Средние Фурье. Симерополь, 2011.
- **Перечень лицензионного программного обеспечения** (при необходимости);
- **Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем;**
- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»** (при необходимости).
- **Описание материально-технического обеспечения.**

9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП-соответствует.

10. Язык преподавания- русский

11. Преподаватели: Руновский К.В., д.ф.-м.н., профессор кафедры программирования

12. Авторы программы: Руновский К.В., д.ф.-м.н., профессор кафедры программирования