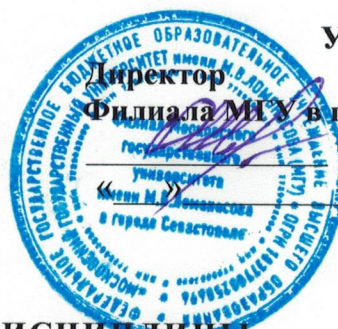


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра вычислительной математики



УТВЕРЖДАЮ

Директор

Филиала МГУ в г. Севастополе

О.А. Шпырко

20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Уровень высшего образования:

СПЕЦИАЛИТЕТ

Направление подготовки:

03.05.02 «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА»

Направленность ОПОП

ОБЩИЙ

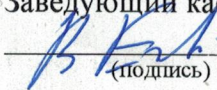
Форма обучения:

ОЧНАЯ

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры вычислительной
математики

Протокол №1 от «05» сентября 2024г.

Заведующий кафедрой

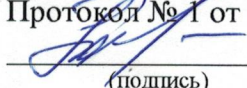
 (В. В. Ежов)

(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом

Филиала МГУ в г. Севастополе

Протокол №1 от «13» сентября 2024г.

 (Л.И. Теплова)

(подпись)

Севастополь, 2024

Утвержден приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1780 (в редакции приказа МГУ от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404), приказами об утверждении изменений в ОС МГУ от 29 мая 2023 года №700, от 29 мая 2023 года № 702, от 29 мая 2023 года № 703.

Год (годы) приёма на обучение: 2024

курс – 1

семестр – 1

зачетных единиц 3

академических часов 108, в т.ч.:

лекций – 36 ч

семинарских занятий – 18 ч

самостоятельная работа – 54 ч

Формы промежуточной аттестации – нет

Форма итоговой аттестации – экзамен в 1 семестре.

Цель и задачи освоения дисциплины.

Цель курса – познакомить студентов с основными теоретическими понятиями линейной алгебры и аналитической геометрии на основе их тесной взаимосвязи, с фундаментальными методами современной алгебры. В процессе обучения студенты должны познакомиться с комплексными числами, элементами теории множеств, групп, колец. Освоить фундаментальные понятия линейной алгебры, методы решения систем линейных уравнений, нахождения собственных векторов матриц и собственных значений.

Задачи курса – дать фундаментальную подготовку по линейной алгебре. В процессе обучения студенты должны усвоить методику построения алгебраических структур, внутреннюю логику, связывающую линейную алгебру и аналитическую геометрию и приобрести навыки исследования и решения алгебраических задач.

Содержание курса излагается по разделам, соответствующим курсу «Линейной алгебры» физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Сначала вводится понятие комплексных чисел, даётся представление о матрицах и действиях над ними. Даётся определение линейного пространства. Вводится понятие линейного оператора. Находятся собственные векторы и собственные значения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

-Знать: основные понятия и результаты по линейной алгебре (теория матриц, системы линейных уравнений, теория многочленов, линейные пространства и линейная зависимость, собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, свойства билинейных функций, основы теории групп, основы теории решения задач неотрицательных матриц).

-Уметь: решать системы линейных уравнений, вычислять определители, исследовать свойства многочленов, находить собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, знать основные свойства групп, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии евклидовых и унитарных пространств, доказывать утверждения и теоремы.

- Владеть: методами линейной алгебры, теории многочленов, аппаратом теории групп и их представлений, находить собственные векторы и собственные значения матрицы.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность создавать математические модели профессиональных типовых задач и интерпретировать полученные математические результаты, владение знаниями об ограничениях и границах применимости моделей, способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области физики(ОНК-5);

- владение фундаментальными разделами математики и информатики, необходимыми для решения задач в профессиональной области (ОНК-6);

- способность использовать современную вычислительную технику и специализированное программное обеспечение в научно-исследовательской работе (ИК-3);

- способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижение самостоятельных гипотез (СК- 1);

- владеть современными профессиональными знаниями в области физики, математики, современных информационных технологий, компьютерных сетей, программных продуктов и ресурсов интернета и использования их для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

Формат обучения – контактный.

Содержание разделов дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Матрицы. Операции над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование и сопряжение матриц. Умножение матриц на строки и столбцы.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Комплексные числа: построение множества комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень.	3	4	7	14	Тест проверка домашнего задания
Определители и их свойства. Теорема об определителе произведения	3	2	5	10	Тест проверка домашнего задания

матриц. Обратная матрица.					
Линейная зависимость и линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Инвариантность	3	4	7	14	Опрос проверка домашнего задания
Система линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. Исследование и решение систем общего вида. Теорема Кронекера – Капели. Общее решение системы.	3	2	5	10	Тест проверка домашнего задания
Линейные пространства. Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование базиса и координат. Подпространства. Линейные оболочки. Изоморфизм линейных пространств.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Определения евклидова и унитарного пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Разложение евклидова	4	4	8	16	Тест проверка домашнего задания

пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Общий вид линейного функционала в евклидовом пространстве.					
Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами и соответствующие действия над матрицами. Обратный оператор. Инвариантное подпространство линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Сопряженный, симметричный, ортогональный операторы в евклидовом пространстве, их свойства.	4	4	8	16	Тест проверка домашнего задания
Понятие билинейной и квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом ортогональных преобразований. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	4	4	8	16	Тест проверка домашнего задания

Понятие тензора. Основные операции над тензорами. Метрический тензор. Примеры тензоров.	4	4	8	16	Тест проверка домашнего задания
Понятие группы. Примеры групп. Группа преобразований линейного пространства. Группа преобразований Лоренца.	4	4	8	16	Тест проверка домашнего задания
Итого	36	36	72	144	

6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

1	Матрицы. Операции над матрицами.	Умножение матриц. Транспонирование и сопряжение матриц. Умножение матриц на строки и столбцы.
2	Комплексные числа.	Построение множества комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень.
3	Определители.	Свойства определителей. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица.
4	Ранг матрицы.	Линейная зависимость и линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Инвариантность
5	Решение систем линейных алгебраических уравнений.	Правило Крамера. Исследование и решение систем общего вида. Теорема Кронекера – Капели. Общее решение системы.
6	Линейные пространства.	Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование базиса и координат. Подпространства. Линейные оболочки. Изоморфизм линейных пространств.
7	Евклидовы и унитарные пространства.	Определения евклидова и унитарного пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Общий вид линейного функционала в евклидовом пространстве.
8	Линейные операторы	Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами и соответствующие действия над матрицами. Обратный оператор. Инвариантное подпространство линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Сопряженный, симметричный, ортогональный операторы в евклидовом пространстве, их свойства.
9	Билинейные и квадратичные формы.	Понятие билинейной и квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом ортогональных преобразований. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
10	Тензоры.	Понятие тензора. Основные операции над

		тензорами. Метрический тензор. Примеры тензоров.
11.	Группы.	Понятие группы. Примеры групп. Группа преобразований линейного пространства. Группа преобразований Лоренца.

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1. Найти A^{39} .

$$A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{39} & -\sin \frac{\pi}{39} & 0 \\ \sin \frac{\pi}{39} & \cos \frac{\pi}{39} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Линейное преобразование φ действительного векторного пространства R^n ($n \geq 3$) задается правилом: $\varphi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, \dots, x_{n-1} + x_n, 2x_n)$. Найти собственные векторы преобразования φ , которым отвечает собственное значение 2.

Вопросы к экзамену

- Операции над матрицами и их свойства.
- Элементарные преобразования матрицы. Приведение к ступенчатому виду.
- Матрицы элементарных преобразований.
- Перестановки
- Определитель квадратной матрицы. Простейшие свойства.
- Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
- Разложение определителя по строке (столбцу).
- Невырожденные матрицы. Обратная матрица.
- Линейное пространство. Определение, простейшие свойства. Арифметическое пространство.
- Линейная зависимость в линейном пространстве.
- Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
- Ранг произведения матриц. Инвариантность ранга относительно элементарных преобразований.
- Базис и размерность линейного пространства.
- Координаты вектора в линейном пространстве. Свойство линейности координат.
- Переход к другому базису в линейном пространстве.
- Система линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера.
- Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений.
- Исследование и решение линейных систем общего вида. Теорема Кронекера – Капели. Общее решение системы.

19. Евклидовы и унитарные пространства, примеры. Теорема о превращении конечномерного действительного пространства в евклидово.
20. Векторы в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского.
21. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
22. Классификация линейных отображений. Примеры линейных отображений. Свойства линейных отображений.
23. Матрица линейного оператора, координаты вектора. Изменение матрицы оператора при замене базиса.
24. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, их свойства.
25. Билинейные и квадратичные формы. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
26. Тензоры. Основные операции над тензорами.
27. Группы. Основные свойства. Группа преобразований Лоренца.

- для экзамена

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	2	3	4	5
Знания (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутстви е знаний	Фрагментарны е знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутстви е умений	В целом успешное, но не систематическо е умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутстви е навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарног о опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

- для зачета

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Не зачтено	Зачтено		
Знания (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутстви е знаний	Фрагментарны е знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутстви е умений	В целом успешное, но не систематическо е умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки	Отсутстви	Наличие	В целом,	Сформированные

(владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	е навыков (владений, опыта)	отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	навыки (владения), применяемые при решении задач
---	-----------------------------	--	---	--

8. Ресурсное обеспечение:

– **Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия)

Основная литература

1. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974 г.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1966 г.
3. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Изд-во МГУ, 1998.
4. Ким Г.Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи, М., 2003 г.
5. Муратов М.А., Островский В.Я., Самойленко Ю.С. Конечномерный линейный анализ. I. Линейные операторы в конечномерных векторных пространствах (L). Киев, 2011.
6. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984 г.
7. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. Лань, 2008.

Дополнительная литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1971.
3. Кострикин А.И., Сенченко Д.В., Слепак Б.Э., Черемных Ю.Н. Линейная алгебра: Изд-во МГУ, 1990.
4. Цубербиллер О.Н. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1970.
5. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.: Наука, 1956.
6. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1984.

Перечень лицензионного программного обеспечения (при необходимости); - электронная учебно-методическая система «Ownlibrari» кафедры программирования Филиала МГУ в г. Севастополе

<http://mech.math.msu.su/departament/algebra>

- **Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем;**
- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»** (при необходимости).
- **Описание материально-технического обеспечения.**

9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.

10. Язык преподавания- русский

11. Преподаватели: Дашкова О.Ю.

12. Авторы программы: Дашкова О.Ю.