Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Филиал МГУ в г. Севастополе

Кафедра вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ
Директор
филиала МГУ в г. Севастополе
_______________ О. А. Шпырко
«___» _______________ 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Направление подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль ОПОП)

Общий

Форма обучения
Очная

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры вычислительной математики Протокол № 1 от 05сентября 2024г. Заведующий кафедрой _______________ (Ежов В.В.) (подпись)	Рабочая программа одобрена Методическим советом Филиала МГУ в г. Севастополе Протокол № 1 от 13 сентября 2024г. _______________ (Л.И. Теплова) (подпись)

Севастополь, 2024

Утвержден приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1780 (в редакции приказа МГУ от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404), приказами об утверждении изменений в ОС МГУ от 29 мая 2023 года №700, от 29 мая 2023 года№ 702, от 29 мая 2023 года № 703.

Год (годы) приема на обучение: 2023

курс – 2

семестры – 4

зачетных единиц – 4

академических часов -72, в т.ч.

лекций – 36 часа

практических занятий –36 часа

Форма итоговой аттестации – экзамен в _4_ *семестре.*

1. **Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть блока общепрофессиональной подготовки по направлению 03.03.02 «Физика» на основе образовательного стандарта, установленного Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего профессионального образования по данному направлению подготовки.

Целями освоения учебной дисциплины дифференциальные уравнения являются: обеспечение базовой математической подготовки студентов в области основных понятий и методов дифференциальных уравнений, их применения при решении математических, физических и прикладных задач; формирование математической культуры.

Задачи дисциплины:

– дать фундаментальную подготовку, а области дифференциальных уравнений и методов, используемых в анализе различных математических моделей;

- на примере решения задач дать представление о методах дифференциальных уравнений;

- достаточно полно ознакомить студентов с теорией дифференциальных уравнений;

- развить навыки решения задач и анализа полученных результатов;

- дать студентам некоторое представление о приложениях дифференциальных уравнений, уметь применять их. Дать обзор смежных проблем.

2. **Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.**

Дифференциальные уравнения изучаются на 2 курсе, поэтому в 4 семестрах курс сроится на знаниях ранее изученных школьных дисциплин, а также ранее изученных Математический анализ, Алгебра и геометрия. В дальнейшем знания и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, являются основой для освоения следующих профессиональных и специальных дисциплин: Теория вероятностей, Численные методы, Уравнения математической физики.

3. **Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: - классификацию дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах;

- методы понижения порядка уравнения;
- линейное дифференциальное уравнение, определитель Вронского, фундаментальную систему решений;
- основные понятия теории устойчивости;
- классификацию точек покоя на фазовой плоскости;

Уметь:

- решать дифференциальные уравнения первого порядка, интегрируемы в квадратурах;
- находить общие, частные и особые решения;
- строить фундаментальную систему решений линейного дифференциального уравнения и линейной системы;

- применять на практике методы нахождения фундаментальной системы решений в резонансном случае;
- строить фазовый портрет системы второго порядка, находить и классифицировать особые точки, анализировать систему на устойчивость по Ляпунову;
- решать краевые задачи второго порядка, строить функцию Грина;
- находить экстремали функционала;
- применять методы дифференциальных уравнений для решения практических задач;

Владеть:

методами решения линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений; техникой применения методов обыкновенных дифференциальных уравнений для решения математических и прикладных задач.

4. Формат обучения - очная

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 4 з.е., в том числе 144 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (аудиторная нагрузка), 72 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц -4
академических часов-144
лекций -36
семинарских занятий -36

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

6.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

4 семестр				
Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	**Номинальные трудозатраты обучающегося**		**Всего академических часов**	**Форма текущего контроля успеваемости** (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы	**Самостоятельная работа обучающегося, академические часы**		

	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Дифференциальные уравнения первого порядка	7	7	19	33	Контрольная работа
Дифференциальные уравнения порядка выше первого	8	8	11	27	Опрос проверка домашнего задания
Системы линейных дифференциальных уравнений	6	6	15	27	Контрольная работа
Теория устойчивости	6	6	9	23	Опрос проверка домашнего задания
Нелинейные системы	9	9	16	34	
Итого	36	36		144	
Экзамен				36	

6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	Понятие дифференциальных уравнений. Физические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение колебаний. Уравнение радиоактивного распада. Задачи Коши с начальными данными и краевые задачи. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах. Общее, частное, особое решение. Метод разделения переменных. Однородное, линейное, уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения. Уравнения Лагранжа, уравнение Клеро.
2.	Дифференциальные уравнения порядка выше первого	Дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы понижения порядка уравнения. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного уравнения. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения.

		Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения. Уравнение Эйлера. Сведение к уравнению с постоянными коэффициентами
3	Системы линейных дифференциальных уравнений	Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение линейной системы. Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами в двумерном случае. Общее решение неоднородной системы. Метод вариации постоянных при решении неоднородной систем.
4	Теория устойчивости	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Точки покоя. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Классификация точек покоя на плоскости. Возмущение динамических систем. Теорема Гробмана-Хартмана
5	Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	Нелинейные системы. Первые интегралы автономной системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики. Общее решение. Задача Коши.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;
на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1 Найти общее решение

$\dot{x} = ax + y + t$

$\dot{y} = 3x + 5y$

2 Исследовать на устойчивость нулевое решение

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\,\mathrm{e}^{-x} - \sqrt{4+ay}, \\ \dot{y} = \ln(1 + x + ay). \end{cases}$$

3 Найти состояния равновесия и описать их топологический тип.

$\dot{x} = ln\dfrac{y^2 - y + 1}{1 + a}$

$\dot{y} = x - y$

4 Решить краевую задачу

$$y'' + ay = 0$$
$$y'(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

5 При каком «b» решение содержит периодические функции

$$\dot{x} = 2x + ay$$
$$\dot{y} = bx + 5y + e^{-3t}$$

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к экзамену:

1. Понятие дифференциальных уравнений и его решения, пример
2. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. Уравнение колебания маятника.
4. Начальные условия, задача Коши, примеры.
5. Лемма Гронуолла.
6. Условие Липшица и теорема о единственности решения, пример.
7. Частное и общее решения, интеграл дифференциального уравнения, примеры.
8. Уравнения с разделяющимися переменными, пример решения.
9. Однородные дифференциальные уравнения, пример решения.
10. Линейное уравнение первого порядка, пример решения.

11. Метод вариации для линейного уравнение первого порядка, пример решения.
12. Уравнения в полных дифференциалах, пример решения.
13. Интегрирующий множитель, пример решения.
14. Дифференциальные уравнения, не разрешённые относительно производных, теорема о существовании решения.
15. Уравнения Лагранжа и Клеро, примеры.
16. Принцип сжатых отображений, теорема существования и единственности решения задачи Коши.
17. Теоремы о гладкой зависимости от начальных данных и параметра.
18. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы понижения порядка уравнения, пример.
19. Линейное дифференциальное уравнение n–го порядка, пространство решений, пример.
20. Определитель Вронского, теоремы об определителе Вронского, примеры
21. Фундаментальная система решений, теорема об общем решении линейного уравнения n–го порядка, пример.
22. Общее решение линейного неоднородного уравнения, пример.
23. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные различные корни, примеры.
24. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные кратные корни, примеры
25. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, комплексные корни, примеры.
26. Линейные неоднородные уравнения второго порядка со специальной правой частью, пример.
27. Решение линейных неоднородных уравнений второго порядка методом вариации, пример.
28. Уравнение Эйлера, пример.
29. Системы дифференциальных уравнений, задача Коши, теорема существования и единственности, общее решение.
30. Однородная система линейных уравнений, фундаментальная матрица, примеры.
31. Вронскиан и формула Лиувилля, пример.
32. Неоднородная система линейных уравнений, теорема о структуре общего решения, пример.

33. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, пример.
34. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай некратных корней характеристического уравнения, пример.
35. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай кратных корней характеристического уравнения, пример.
36. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай комплексных корней характеристического уравнения, пример.
37. Матричная экспонента как решение системы линейных уравнений.
38. Решение неоднородных линейных систем, метод вариации произвольных постоянных, пример.
39. Определение устойчивости, асимптотической устойчивости решения, примеры.
40. Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей, примеры.
41. Классификация точек покоя линейных систем, примеры
42. Состояния равновесия нелинейных систем, теорема Гробмана-Хартмана, пример.
43. Алгоритм исследование траекторий в окрестности точки покоя, пример
44. Решение краевой задачи, пример.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка / РО и соответствующие виды оценочных средств	Не зачтено	Зачтено		
Знания *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)*	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)*	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и дополнительной литературы (учебники и учебно-методические пособия),

а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1980. -230 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: «Наука», 1965. -279 с.
3. Дмитриев В.И. Дифференциальные уравнения и вариационное / Учебное пособие. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000. - 95 с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Интеграл-Пресс, 1998. – 208 с.

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1974. - 210 с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: «Наука», 1970. - 190 с.

в) Интернет-ресурсы:

1. Journals of American Mathematical Society – http://www.ams.org/journals/
2. Journal of the London Mathematical Society – http://www.jlms.oxfordjournals.org/

г) Описание материально-технического обеспечения.

№ п/п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа	Приспособленность помещений для использования инвалидами и лицами с ОВЗ
1	Аудитория для проведения лекционных и семинарских занятий № 275	123,11 м^{2}. 3-х створчатая доска для мела – 1 Стационарный экран для проектора – 1 Стол для преподавателя – 1 шт. Столов – 30 стульев – 68.	Возможность подключения ноутбука и мультимедийного оборудования, беспроводной доступ в интернет Список ПО на ноутбуках: Microsoft Windows 10, Microsoft Office 2016, Google Chrome, Mozilla Firefox, Adobe	

			Reader DC, VLC Media Player	

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватель.

Профессор Г.С. Осипенко

11. Автор программы.

Профессор Г.С. Осипенко